UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS

MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CASE POSTALE 6128, STATION A, MONTRÉAL, QUÉBEC, H3C 3J7

Une étude de l'ajustement dynamique des passagers du transport en commun à Montréal suite à une modification dans le tarif ou le temps d'attente

par

Yvon Sabourin

Université de Montréal
Publication # 55 - Centre de recherche sur les transports
Décembre 1976

TABLE DES MATIERES

		page
INTRODUCTION	. . . . .	1
SECTION I :	Présentation du modèle général	3
SECTION II :	Estimation d'une équation isolée . . .	7
SECTION III :	Estimation d'un système d'équation de régression où les résidus sont à la fois correlés d'une manière sérielle et d'une manière contemporaine	18
SECTION IV :	Ajustement dynamique	26
CONCLUSION	. . . . .	34
APPENDICE A.	Définitions des variables	35
APPENDICE B.	Expérience bayesienne	37
BIBLIOGRAPHIE	. . . . .	40

Graphe du nombre de voyageurs	. . . . .	9
Tableau 1.	Marché des adultes: estimation par trois méthodes	14
Tableau 2.	Marché des écoliers: estimation par trois méthodes	15
Tableau 3.	Marché des adultes : ajustement dynamique	29
Tableau 4.	Marché des écoliers: ajustement dynamique	30

Je désire remercier le Centre de Développement des Transports qui m'a accordé une bourse me permettant de faire cette étude. Je voudrais remercier également M. Marc Gaudry pour avoir dirigé ce rapport de recherche, M. Marcel Dagenais pour les conseils qu'il m'a fournis ainsi que M. Claude Montmarquette pour son aide dans l'étude des processus auto-régressifs. Je témoigne enfin ma reconnaissance à tous mes amis du département pour leurs encouragements.

Cette étude a été exécutée dans le cadre d'un des projets de recherche du Centre de Recherche sur les Transports, un projet financé par le Centre de Développement des Transports.

Introduction

Ayant été assistant de recherche durant un peu plus de deux années pour M. Marc Gaudry, professeur en économie du transport à l'Université de Montréal, dans un projet ayant comme objectif la formulation d'un modèle économétrique pour le transport en commun à Montréal, j'ai décidé de résumer dans ce rapport quelques conclusions auxquelles nous sommes parvenus tout en spécifiant les techniques statistiques utilisées et les hypothèses sous-jacentes.

Le modèle que nous visons est de nature microéconomique. Sa principale caractéristique est d'être composé de séries temporelles, ce qui s'avère particulièrement rare dans le contexte des études en transport urbain; mais, grâce à la grande collaboration de la Commission de Transport en Commun à Montréal, nous détenons un bon nombre de séries très fiables qui offrent beaucoup d'espoir. Sans ces séries temporelles, il eut été impossible de projeter une étude de l'ajustement dynamique.

Cette recherche fait suite à la thèse de M. Gaudry à l'Université de Princeton [8], dans laquelle il a déjà discerné les structures de base des fonctions de demande de transport en commun pour les adultes et les écoliers. Nous avons opéré certaines modifications sur ces équations pour les rapprocher de la théorie économique et avons finalement

obtenu des résultats appréciables [9].

Lorsqu'il s'agit d'édifier un modèle à plusieurs équations dans un domaine non exploré encore, comme c'est notre cas, il est tout raisonnable de débuter en étudiant séparément les équations. C'est pourquoi nous verrons d'abord la technique d'estimation que nous avons utilisée pour une équation isolée avant de passer à une technique d'estimation à information plus complète. J'énoncerai enfin nos premiers résultats d'une approche dynamique du comportement des passagers face à une modification dans le tarif ou le temps d'attente.

Section I Présentation du modèle général

Le bien qui est échangé sur le marché que nous étudions est d'une nature plutôt abstraite. Non seulement est-ce le moyen de passer d'un lieu i à un lieu j, mais encore faut-il que ces lieux d'origine et de destination soient situés près de ceux que désire le consommateur et que le service soit offert à peu près au moment voulu afin d'être d'une certaine utilité. Pour donner un sens à la fonction d'utilité du consommateur, on doit désormais délaisser l'approche traditionnelle que les biens sont les objets directs de l'utilité et penser que ce sont plutôt les propriétés ou les caractéristiques de ces biens qui engendrent une utilité [11].

Pour construire un modèle précis, il faudrait introduire en plus des équations d'offre et de demande de transport en commun, les équations d'offre et de demande de d'autres marchés jugés très interactifs; mais, pour l'instant, nos projets sont plus modestes.

Le modèle complet que nous projetons de construire devrait posséder, selon les connaissances économiques que nous avons de ce marché présentement, la structure économétrique suivante:

a) Il possédera deux équations de demande dont une pour les adultes (ceux qui paient le tarif des adultes) et l'autre pour les écoliers:

$$D_A = F_1 (TW, TT, X_1) + U_1$$

$$D_E = F_2 (TW, TT, X_2) + U_2$$

où D_A et D_E sont respectivement les nombres d'adultes et d'écoliers qui ont utilisé le transport en commun durant un mois. Les variables TW (temps d'attente) et TT (temps de transport) sont des variables d'offre; étant endogènes explicatives, nous les faisons ici ressortir parmi l'ensemble des variables explicatives de ces deux équations. X_1 et X_2 sont des matrices de variables exogènes: on y retrouve principalement des variables de prix telles que le tarif et l'indice des prix à la consommation, une variable de revenu moyen réel, une variable de temps de transport pour le mode automobile, des variables de confort reliées au climat et à la température, certaines variables pour tenir compte des différentes activités qui se déroulent sur le territoire desservi (magasinage, présence scolaire, Exposition 1967, ...) et enfin d'autres variables ayant trait à la méthode d'aggrégation utilisée pour estimer la demande.

Nous avons déjà une idée fort avancée de ces équations et nous avons aussi formulé des schèmes autorégressifs pour leurs résidus:

$$U_{1t} = \rho_1 U_{1t-1} + \rho_{12} U_{1t-12} + \varepsilon_{1t}$$

$$U_{2t} = \rho_1 U_{2t-1} + \rho_3 U_{2t-3} + \rho_4 U_{2t-4} + \rho_{12} U_{2t-12} + \varepsilon_{2t}$$

b) Spécifier les équations de demande est sans doute plus facile que de le faire pour les équations d'offre; car, pour évaluer l'offre, il faut beaucoup de connaissances sur la gestion interne des entreprises.

Le modèle devrait comporter trois équations d'offre:

$$TW = F_3 (D_{A_{t-12}}, D_{E_{t-12}}, X_3) + U_3$$

$$TT = F_4 (D_{A_{t-12}}, D_{E_{t-12}}, X_4) + U_4$$

$$C = F_5 (D_{A_{t-12}}, D_{E_{t-12}}, X_5) + U_5$$

où C (capacité en sièges-milles) est endogène et X_3, X_4 et X_5 sont des matrices de variables exogènes où il y a notamment des variables reflétant les principales décisions administratives quant au financement du transport en commun et la restructuration du réseau. Certaines variables présentes dans les équations de demande vont aussi faire partie de cette liste, telles que les variables de prix, de revenu et d'activités.

L'hypothèse de base qui va servir à construire ces trois équations est que l'offre est faite en considération de la demande obtenue douze mois auparavant.

Si l'on désire estimer une de ces équations de demande quelconque, devrions-nous nous attendre à ce qu'il y ait automatiquement un biais d'équations simultanées étant donnée la présence de TW et TT comme variables explicatives? Si TW et TT étaient véritablement endogènes, il faudrait avoir re-

cours à une méthode d'estimation par variables instrumentales comme les doubles moindres carrés après que les fonctions d'offre soient formulées et estimées. Mais notre cas est toutefois spécial car les variables TW et TT sont fixées par la C.T.C.U.M. une fois par année au moment du budget de telle sorte qu'elles ne peuvent pas être la cause d'un biais d'équations simultanées. Aussi, puisque ces variables dépendent des demandes de la douzième période antérieure, et donc de $U_{1\ t-12}$ et $U_{2\ t-12}$, il faudra faire attention de bien corriger l'autocorrélation qui pourrait exister entre U_{1t} et $U_{1\ t-12}$ ou U_{2t} et U_{2t-12} sinon cela pourrait entraîner un biais d'équations simultanées.

De plus, étant donné que les fonctions d'offre ne dépendent pas de D_{A_t} ou de D_{E_t} mais plutôt de $D_{A_{t-12}}$ et $D_{E_{t-12}}$, il semble raisonnable de fonder les hypothèses suivantes:

$$E(U_3'U_1)=E\ (U_4'U_1)=E\ (U_5'U_1)=E\ (U_3'U_2)=E\ (U_4'U_2)=E\ (U_5'U_2)=0$$

Ces hypothèses nous permettront de traiter TW et TT comme si elles étaient exogènes dans nos équations de demandes et alors de progresser dans l'édification du modèle jusqu'à ce que la spécification soit complétée. Nous allons donc considérer la demande indépendamment de l'offre.

Section II Estimation d'une équation isolée

L'estimation d'une équation construite à partir de séries temporelles rencontre très souvent le problème d'autocorrélation [4]. C'est ce qui pouvait être notre cas pour ce qui est au moins du premier ordre d'autocorrélation si l'on se fie aux valeurs obtenues de la statistique de Durbin-Watson pour les deux équations de demande estimées séparément par la méthode des moindres-carrés ordinaires (M.C.O.):

DEMANDE DES ADULTES D.W. = 1.25

DEMANDE DES ECOLIERS D.W. = 1.68

Par prudence, nous avons donc décidé de rejeter l'hypothèse courante d'homoscédasticité des erreurs résiduelles $E(UU') = \sigma^2 I_n$ [Johnston, p 122, éq. 5-4 b] des moindres-carrés ordinaires pour prendre celle des moindres-carrés généralisés [id., p 243]. Le problème de l'autocorrélation est généralement contourné en supposant que le terme d'erreur suit un processus de Markov du premier ordre:

$$U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t \quad , |\rho| < 1$$

où

$$E(\varepsilon_t) = 0$$

$$\left.\begin{aligned} E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}) &= \sigma_\varepsilon^2 \text{ si } s = 0 \\ &= 0 \text{ si } s \neq 0 \end{aligned}\right\} \quad \forall t$$

Bien que ne pas tenir compte de l'autocorrélation n'entraînerait aucun biais dans les estimateurs des coefficients, l'on doit cependant s'attendre à une perte d'efficacité.

Nous avons alors voulu retenir du terme d'erreur autant d'information que l'on pouvait en retirer. Puisque les données sont mensuelles et que les variables dépendantes semblent contenir (voir graphes de la page suivante) un mouvement oscillatoire de période annuelle et sachant que l'offre des services à la C.T.C.U.M. est déterminée d'après la situation du marché douze mois auparavant, il paraissait donc plus juste de spécifier un tel schème des erreurs:

$$U_t = \rho_1 U_{t-1} + \rho_{12} U_{t-12} + \varepsilon_t$$

où $|\rho_1| < 1, |\rho_{12}| < 1$

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad , \quad E(\varepsilon_t \varepsilon_{t+s}) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & \text{si } s = 0 \\ 0 & \text{si } s \neq 0 \end{cases}$$

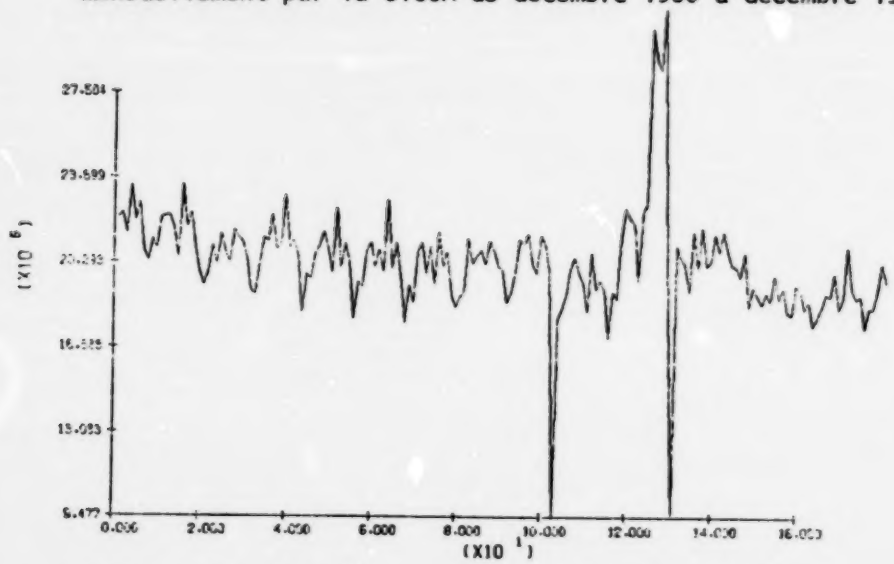
On peut raisonnablement supposer que les erreurs d'une régression où il y a autocorrélation suivent un processus autorégressif [Box et Pierce, 1970]

i.e. $U_t = \theta_1 U_{t-1} + \ldots + \theta_q U_{t-q} + \varepsilon_t$

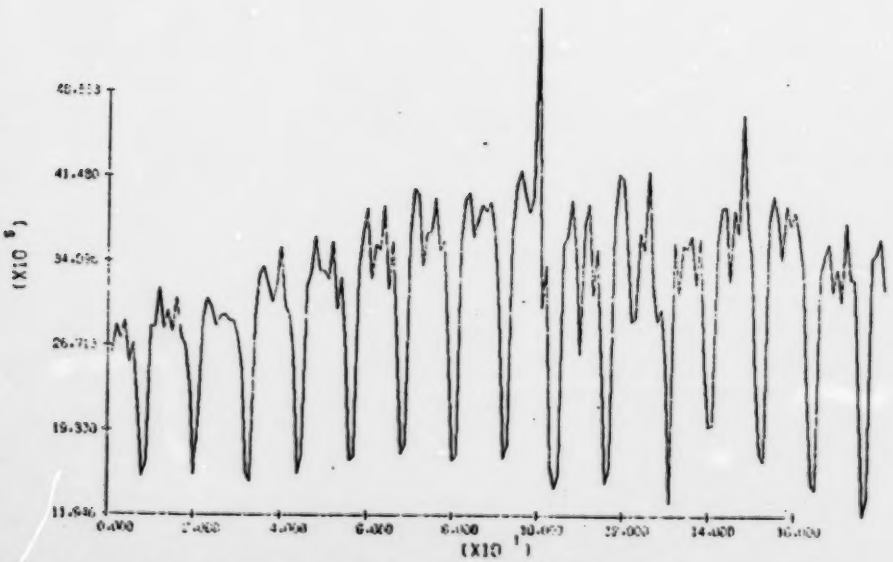
où les θ_i sont des coefficients fixes et $\{\varepsilon_t\}$ est une série de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées avec moyenne zéro et variance σ_ε^2 . Box et Jenkins proposent que l'ordre q soit identifié en observant à partir de quelle valeur de délai les autocorrélations deviendront statistiquement non significatives. C'est grâce aux autocorrélations et aux autocorrélations partielles calculées à l'aide du programme PDQL conçu sous la direction de Charles R. Nelson de l'Université de Chicago que nous avons

GRAPHES DU NOMBRE DE VOYAGEURS

Nombre d'adultes (XCANFA) et d'écoliers (XCSCNFA) transportés mensuellement par la CTCUM de décembre 1956 à décembre 1971



GRAPHE DE XCANFA EN FONCTION DU TEMPS



GRAPHE DE XCSCNFA EN FONCTION DU TEMPS

pu fixer q = 12 et construire un modèle des erreurs pour chacune de nos équations de demande en choisissant les θ_i les plus significatifs du point de vu de l'autocorrélation partielle. D'autres informations sont fournies dans Gaudry (1975).

Ceci nous a amené à considérer les modèles d'erreurs suivants:

a) pour la demande des adultes:

$$U_t = \rho_1 U_{t-1} + \rho_{12} U_{t-12} + \varepsilon_t$$

b) pour la demande des écoliers:

$$U_t = \rho_1 U_{t-1} + \rho_3 U_{t-3} + \rho_4 U_{t-4} + \rho_{12} U_{t-12} + \varepsilon_t$$

L'estimation du modèle général

(1) $Y = XB + U$

où

Y est un vecteur (NX1) d'observations sur la variable dépendante

X est une matrice (NXK) d'observations sur les variables indépendantes

B est un vecteur (KX1) de coefficients à estimer

(2) $U_t = \rho_1 U_{t-1} + \cdots + \rho_q U_{t-q} + \varepsilon_t$

où

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad , \quad E(\varepsilon\varepsilon') = \sigma^2 I \quad , \quad |\rho_i| < 1 \quad \forall_i$$

est un problème de régression non-linéaire car en combinant (1) et (2) on a

$$(Y_t - \rho_1 Y_{t-1} \cdots \rho_q Y_{t-q}) = \sum_j B_j (X_{jt} - \rho_1 X_{jt-1} - \cdots - \rho_q X_{jt-q}) + \varepsilon_t$$

où à la fois les paramètres B et ρ sont à être estimés. Le problème est facilement résolu en appliquant la technique itérative de Cochrane et Orcutt (1949) telle que généralisée par Schmidt (1968) pour un ordre plus élevé du modèle autorégressif des erreurs. Les étapes de cette technique se résument ainsi:

1) Régression par M.C.O.: $Y = XB + U$ et l'on calcule $\hat{U}$, $\hat{U} = Y - X\hat{B}$

2) Régression par M.C.O.: $\hat{U}_t = \rho_1 \hat{U}_{t-1} + \cdots \rho_q \hat{U}_{t-q} + \varepsilon_t$

ce qui fournit $\hat{\rho}_1, \cdots, \hat{\rho}_q$

3) Régression par M.C.O.:

$$(Y_t - \hat{\rho}_1 Y_{t-1} \cdots - \hat{\rho}_q Y_{t-q}) = \sum_j B_j (X_{jt} - \hat{\rho}_1 X_{jt-1} \cdots \hat{\rho}_q X_{jt-q}) + \varepsilon_t$$

ce qui nous donne des $\hat{B}_j$.

4) On définit $\hat{U} = Y - X\hat{B}$ et l'on retourne à l'étape 2. On itère jusqu'à un degré de convergence des paramètres choisis à l'avance. Dans notre cas, 15 itérations assuraient une convergence d'au moins .0001 sur les $\hat{\rho}$.

Cette technique simplifie le problème en estimant séparément les B et les ρ de telle sorte que l'on converge vers un minimum local de $\varepsilon'\varepsilon$. Afin de tester si ce minimum était global nous avons pour l'équation 1 (demande des adultes) re-

pris la technique avec des valeurs initiales de .99 et de -.99 pour les ρ: les résultats furent assez semblables pour confirmer qu'on avait un minimum global (pour déterminer ceci, il suffit de parcourir les sous-ensemble de R^q des valeurs possibles du vecteur $(\rho_1, \ldots \rho_q)$ pour $|\rho_i| < 1$ $i = 1, \ldots, q$). (Voir appendice B).

Pour ce qui est de la qualité des estimateurs, ils seront non biaisés mais ne pourront pas être efficaces pour un échantillon fini car les valeurs réelles des $\rho_1, \ldots, \rho_q$ ne sont pas connues mais estimées. Fair (1971) assure que la procédure converge à des estimateurs du maximum de vraisemblance, ce qui garantit leur convergence et leur efficacité asymptotique [Cramér, P 500].

Il semble toutefois assez intéressant de constater que les estimateurs obtenus à la fin des itérations possèdent la propriété d'être convergents ce qui n'est pas le cas pour les estimateurs des premières itérations.

Nous avons cru bon d'ajouter à notre programme SSAUTO (Second Stage with Autoregressive residuals) qui applique cette technique, une statistique du même genre que le R^2 que nous appelons R^2-intuitif et qui devrait mieux exprimer selon nous la qualité de l'ajustement obtenu. On définit alors

$$R^2\text{-intuitif} = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}' \hat{\varepsilon}}{\sum_{t=q+1}^{N} y_t^2}$$

tandis que

$$R^2 = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}}{y^{*\prime}y^{*}}$$

où $Y^{*} = (Y_{t-\hat{\rho}}Y_{t-1}-\ldots - \hat{\rho}_q\ Y_{t-q})$

$y = Y - \bar{Y}$ et $y^{*} = Y^{*} - \bar{Y}^{*}$

Cette idée du R^2-intuitif s'inspire de Dagenais (1973).

Dans les tableaux 1 et 2 il est possible de trouver respectivement pour les demandes d'adultes et d'écoliers les résultats que nous avons obtenus par l'application de cette méthode (SSAUTO) et de comparer avec les résultats des moindres-carrés ordinaires (M.C.O.). La définition des variables utilisées est écrite en appendice.

Ces résultats sont présentés à titre d'exemple, et l'on pourra avoir une analyse économique plus poussée de l'équation de demande pour adultes en référant à Gaudry (1975). Certaines considérations nous permettent de juger ces équations comme étant assez représentatives du marché à expliquer:

notons d'abord que les R^2 sont très valables, mais aussi que les coefficients estimés des schèmes d'erreurs possèdent des valeurs t de Student assez grandes pour nous permettre de croire qu'il y a très probablement un problème d'autocorrélation dans ces modèles. Pour les coefficients estimés de ces équations de demande qui sont statistiquement significatifs, l'on observe un signe conforme à nos hypo-

Estimation de l'équation 61-5 du marché des adultes par trois méthodes

TABLEAU 1. Marché des adultes

Mnémoniques	Coefficients estimés			Statistiques-t			Ecarts-types estimés		
	M.C.O. (1)	SSAUTO(2)	SUMOD(3)	M.C.O.	SSAUTO	SUMOD	M.C.O.	SSAUTO	SUMOD
PAD	-11,139,142.	-19,522,639.	-19,843,508.	-2.31	-4.07	-4.94	4,816,133.	4,056,789.	4,011,912.
DC	-10.26	-6.52	-6.60	-1.63	-0.91	-0.89	6.27	7.15	7.19
P	8,573.	38'.7 .	901.6	0.19	0.01	0.02	43,439.	43,632.	43,717.
DAMEN	87,044.	54,129.	53,315.	2.58	1.41	1.37	33,674.	38.181.	38.167.
TV	-1,564,307.	-1,863,124.	-1,879,381.	-5.43	-3.74	-3.77	288,038.	497,450.	498,121.
TT	-314,335.	-388,329.	-388,618.	-7.88	-10.46	-10.45	34,899.	29,485.	29,515.
TJT	-217,478.	388,188.	481,867.	-1.79	0.96	1.00	125,493.	403,733.	482,095.
TLE	-390.	-189.	-185.	-0.66	-0.24	-0.27	587.	678.	677.
HFE	-290,156.	-710,556.	-210,376.	-2.78	-2.73	-2.73	104,144.	76,981.	77,044.
STE	-40,598.	-5,120.	-5,694.	-1.99	-0.34	-0.36	20,321.	15,004.	15.010.
CSPAR	15,714.	7,786.	7,796.	6.84	3.84	3.87	2,294.	2,534.	2,531.
DANFP	0.023	0.023	0.023	6.73	5.65	5.66	0.003	0.004	0.004
DCUFP	13.764	8.469	8.953	3.34	1.46	1.55	4.239	5.784	5.760
SHOMP	6.789	4.859	4.816	6.55	3.89	3.86	1.036	1.248	1.244
EX7	2.665	2.610	2.612	28.21	24.94	24.94	0.094	0.104	0.104
EX8	2.830	2.438	2.436	7.84	6.07	6.06	0.359	0.401	0.401
EX9	1.966	1.746	1.744	3.89	3.04	3.04	0.504	0.573	0.573
EX0	1.643	1.050	1.037	2.42	1.47	1.44	0.594	0.719	0.718
EX1	1.546	0.700	0.695	2.26	0.88	0.86	0.683	0.790	0.789
STR	-721,789.	-717,296.	-717,294.	-34.56	-46.58	-46.53	20,880	15,396.	15,415.
FIR	-64,307.	-67,369.	-67,539.	-2.29	-2.97	-2.98	28,068.	22,663.	22,656.
AVT	-936,304.	-1,036,411.	-1,038,959.	-1.68	-2.66	-2.66	550,729.	389,527.	389,956.
AVTLI	697,678.	352,879.	362,743.	1.27	0.88	0.91	547,081.	397,676.	398,071.
EA	6,903,154.	5,584,654	5,513,823.	2.79	2.19	2.15	2,473,557.	2,549,858.	2,556,311.
VD	532,367.	609,076.	610,070.	9.98	9.67	9.73	57,518.	62,934.	62,689.
SAT	350,546.	456,069.	457,844.	3.68	5.15	5.18	97,171.	88.442.	88,290.
SHD	334,837.	331,534.	332,937.	4.62	4.64	4.68	70,295.	71,373.	71,139.
C	13,656,248.	10,787,831.	10,761,722.	2.87	2.01	2.01	4,877,153.	5,331,639.	5,329,913.
ρ_1		.385	.385		9.05	9.05		.056	.057
ρ_{12}		.504	.501		10.98	10.95		.046	.046
R^2	.954	.968	.968						
D.-W.	1.25	1.68	1.68						
S.E.E.	517,522.	410,895.	410,899.						
R^2-intuitif	.954	.971	.971						

(1) Moindres-carrés ordinaires
(2) Cochrane-Orcutt
(3) Itérations de la méthode de Parks

Estimation de l'équation 118-M du marché des écoliers par trois méthodes

TABLEAU 2. Marché des écoliers

Mnémoniques	Coefficients estimés			Statistiques-t			Écarts-types estimés		
	M.C.O. (1)	SSAUTO(2)	SUNOD(3)	M.C.O.	SSAUTO	SUNOD	M.C.O.	SSAUTO	SUNOD
PSCD	-36,565,123.	-22,026,935.	-23,640,449.	-3.52	-3.54	-3.64	7,508,026.	6,214,649.	6,201,868.
DC	-13.20	-10.12	-10.49	-2.08	-1.93	-2.01	6.32	5.23	5.19
P	11,680.	7,426.	11,066.	0.55	0.32	0.34	31,184.	31,676.	31,897.
BANIM	66,539.	19,930.	20,991.	2.84	1.01	1.07	32,711.	19,649.	19,559.
TN	8,817.	-196,880.	-160,303.	0.06	-0.98	-0.75	140,304.	217,495.	211,861.
TT	65,180.	-17,541.	-13,136.	1.58	-0.54	-0.40	41,058.	32,228.	32,240
T2T	349.42	179,379.	135,197.	0.00	0.63	0.48	116,285.	282,041.	279,305.
TLE	974.05	1,054.	1,069.	3.29	3.10	3.16	295.	339.	337.
RFE	-50,651.	-49,362.	-48,604.	-0.96	-1.16	-1.14	52,741.	42,569.	42,549.
SFE	-32,731.	-16,965.	-17,195.	-3.22	-2.09	-2.12	10,150.	8,082.	8,095.
CEFHR	3,141.	1,326.	1,348.	1.81	1.02	1.04	1,179.	1,303.	1,293.
RECMP	4.218	3.254	3.361	12.35	7.82	7.99	.341	.415	.412
RNOMP	2.092	1.479	1.536	4.06	2.63	2.72	.515	.562	.559
EX7	0.223	0.201	0.197	4.82	4.66	4.62	.046	.043	.042
EX8	0.205	0.252	0.246	1.16	1.60	1.57	.177	.157	.156
STR	-129,712.	-117,898.	-118,118.	-12.01	-13.07	-13.08	10,795.	9,015.	9,024.
APT	1,309,319.	1,260,131.	1,261,991.	4.36	5.83	5.83	276,960.	216,076.	216,427.
APTL1	-260,686.	-427,182.	-408,461.	-0.91	-2.80	-1.72	284,604	236,325.	236,844.
SBC	3,158,470.	2,442,870.	2,489,937.	3.89	3.54	3.64	810,123.	699,511.	682,919.
MD	134,485.	98,139.	99,976.	4.44	2.84	2.88	30,240.	34,481.	34,604.
SAT	82,042.	38,234.	37,808.	1.54	0.82	0.81	49,960.	46,445.	46,579.
SnD	42,964.	30,352.	31,273.	1.70	0.81	0.83	35,517.	37,372.	37,433.
CHEAT2	-162,198.	-70,441.	-86,963.	-0.81	-0.47	-0.45	199,012.	148,424.	147,892.
STRUCT1	399,577.	-286,556.	-232,289.	1.22	-0.99	-0.80	324,975.	288,935.	288,329.
CARDEX	13,171.	-121,428.	-112,064.	0.09	-0.76	-0.70	132,336.	159,436.	158,526.
TEND	14,641.	19,552.	18,738.	2.12	3.70	3.61	6,875.	7,219.	7,171.
C	-4,925,360.	-13,694,430.	-16,362,216.	-1.96	-0.52	-0.62	2,506,488.	2,619,995.	2,603,796.
ρ_1		.173	.166		3.58	3.46		.067	.067
ρ_3		-.317	-.319		-6.90	-6.88		.064	.065
ρ_4		-.058	-.068		-0.83	-0.97		.070	.070
ρ_{12}		.421	.416		6.77	6.50		.062	.063
R^2	.910	.845	.848						
R^2-intuitif	.918	.934	.934						
D.-W.	1.68	1.91	1.90						
E.E.E.	259,426.	224,964.	226,973.						

(1) Moindres-carrés ordinaires
(2) Cochrane-Orcutt
(3) Itérations de la méthode de Parks

thèses a priori. Les élasticités calculées par rapport au tarif, aux temps d'attente et de transport sont tout à fait comparables à celles mesurées par d'autres études en coupes transversales:

	Adultes	Écoliers
Tarif réel	.157	.427
Temps d'attente	.359	.251
Temps de transport	.324	.122

Ces résultats nous amènent à formuler quelques conclusions: les écoliers, contrairement aux adultes, sont plus sensibles à l'argent qu'au temps, et, les gens sont plus sensibles au temps d'attente qu'au temps de transport. Les valeurs horaires qu'attribuent les adultes aux temps d'attente et de transport sont respectivement de $5.72 et $0.94 en comparaison à $0.53 et $0.04 pour les écoliers.

L'équation des écoliers pose encore certains problèmes particulièrement durant la période estivale où l'on ne sait pas très bien quelles sont les habitudes de transport que développent les écoliers. En dressant un tableau des erreurs résiduelles par mois, l'on se rend compte que pour certains mois de l'été, celles-ci vont garder systématiquement le même signe; de là, on pourrait ajouter à la liste des variables explicatives des variables auxiliaires mensuelles pour les mois où se présente ce phénomène. Mais l'apport de

telles variables au modèle risque fort bien d'accaparer une bonne partie des effets que l'on attribue à certaines variables qui ont justement pour tâche d'expliquer se qui se passe l'été (la présence scolaire qui diminue, le temps d'attente qui augmente, l'expiration des cartes d'étudiants durant l'été).

Il demeure encore certains problèmes au niveau de la spécification pour ce qui est de l'équation des écoliers et le modèle autorégressif des erreurs ne semble pas se préciser aussi facilement que dans le cas des adultes.

Section III

Estimation d'un système d'équations de régressions où les résidus sont à la fois correlés d'une manière sérielle et d'une manière contemporaine.

Les hypothèses posées plus haut sur TW et TT ainsi que les corrélations contemporaines entre les erreurs nous ont permis dans une première étape d'estimer séparément les équations de demande. Nous allons maintenant décrire au complet la technique exécutée par notre programme SUMOD (Seemingly Unrelated Modified) et que l'on appelle communément "Seemingly Unrelated Regressions with Autoregressive Disturbances" qui est une estimation à information plus complète car l'on tient compte de l'autocorrélation contemporaine des erreurs.

Les estimations des coefficients sont obtenus en itérant sur la méthode de Parks (1967) généralisée pour les cas où chaque équation possède un schème autorégressif de ses résidus qui n'est pas nécessairement limité au premier ordre.

En plus des hypothèses posées dans notre modèle général qui permettent de considérer les variables TW et TT comme exogènes dans les deux équations de demande, et de supposer U_{1t} et U_{2t} comme indépendants de U_{3t}, U_{4t} et U_{5t}, voici enfin les hypothèses qui sont directement rattachées à la méthode:

1) Soient M équations de régressions du type

$$Y_i = X_i B_i + U_i \qquad , i = 1, \ldots, M$$

où Y_i est un vecteur (NX1) d'observations sur la variable dépendante de la ième équation, X_i est une matrice (NXk_i) d'observations fixes sur les k_i variables indépendantes de la ième équation, B_i est un vecteur (k_i X1) des coefficients de régression et U_i est un vecteur (NX1) des termes d'erreurs aléatoires.

Ce système d'équations peut être écrit ainsi:

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & & \\ & \ddots & \\ & & X_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ B_M \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ U_M \end{bmatrix}$$

ou encore

$$Y = XB + U$$

2) $E(U_i) = 0 \qquad , \quad i = 1, \ldots, M$

3) $E(UU') = \Omega = \{\Omega_{ij}\}$, symétrique et définie positive où Ω_{ij} est la matrice (NXN) des variances-covariances $E(U_i U'_j)$

4) rang $(X_i) = k_i \leq N$

Si l'on connaissait Ω, ces hypothèses seraient suffisantes pour obtenir l'estimateur des moindres-carrés généralisés

$$b = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} Y$$

qui serait le meilleur estimateur linéaire non-biaisé. Mais en pratique Ω n'est pas connue et c'est en ajoutant certaines hypothèses sur le comportement des résidus qu'on pourra l'estimer:

$$5)\quad U_{it} = \sum_{q=1}^{Q_i} \rho_{il_q} U_{it-l_q} + \varepsilon_{it} \quad ,$$

où Q_i est le nombre de coefficients autorégressifs qui prennent successivement les valeurs de décalage (lags)

$l_1, \ldots, l_{Q_i}$, $Q_i \geq 1$

et $|\rho_{il_q}| < 1 \qquad \forall_{il_q}$

$$6)\quad E(\varepsilon_{it}) = 0 \quad ; \; i = 1, \ldots, M \quad ; \; t = 1, \ldots, N$$

$$E(\varepsilon_{it}\,\varepsilon_{js}) = \begin{cases} \sigma_{ij} & \text{pour } i,j = 1, \ldots, M \text{ et } t = s \\ 0 & \text{pour } i,j = 1, \ldots, M \text{ et } t \neq s \end{cases}$$

Parks n'avait pas supposé une telle liberté pour le modèle autorégressif des erreurs; il proposait:

$U_{it} = \rho_i U_{it-1} + \varepsilon_{it}$, $|\rho_i| < 1$.

De plus, puisque nos séries contiennent 181 observations nous n'avons pas tenté, étant donné la liberté dans le modèle des erreurs, de récupérer les premières observations.

Nous pouvons décrire notre technique en neuf étapes détaillées:

ÉTAPE 1: estimations $\hat{B}_i$ des paramètres B_i de chaque équation $Y_i = X_i B_i + U_i$ par l'estimateur des moindres-carrés ordinaires (pour i = 1, ... , M).

ÉTAPE 2: estimation de U_i par $\hat{U}_i = Y_i - X_i \hat{B}_i$ (pour i = 1, ... , M)

ÉTAPE 3: estimations ρ_{il_q} des ρ_{il_q} par les M.C.O. sur

$$U_{it} = \sum_{q=1}^{Q_i} \rho_{il_q} U_{it-l_q} + \varepsilon_{it} \quad \text{(pour } i = 1, \ldots, M\text{)}$$

ÉTAPE 4: transformation des données: (i = 1, ... , M)

$$Y^*_{it} = Y_{it} - \sum_{q=1}^{Q_i} \rho_{il_q} Y_{it-l_q} \qquad , t = l_{Q_i} + 1, \ldots, N$$

$$X^*_{ikt} = X_{ikt} - \sum_{q=1}^{Q_i} \rho_{il_q} X_{ikt-l_q} \qquad , \quad t = l_{Q_i} + 1, \ldots, N \quad k = 1, \ldots, k_i$$

(à cette étape nous perdons l_{Q_i} observations pour chaque équation)

ÉTAPE 5: on obtient de nouvelles estimations $\hat{\hat{B}}_i$ pour B_i par les M.C.O. appliqués sur $Y_i^* = X^*_i B_i + \varepsilon_i$

ÉTAPE 6: estimation de ε_i par $\hat{\varepsilon}_i = Y^*_i - X^*_i \hat{\hat{B}}_i$

ÉTAPE 7: soit $L = \max_i l_{Q_i}$, on définit alors

$$\hat{\nabla}_{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{N-L} \varepsilon_{i(t+L-l_{Q_i})} \varepsilon_{j(t+L-l_{Q_j})}}{(N-L-k_i)^{\frac{1}{2}} \cdot (N-L-k_j)^{\frac{1}{2}}}$$

ÉTAPE 8: pour $\hat{\sum}_c = \left\{\hat{\nabla}_{ij}\right\}$, l'on calcule

$$b = \left[X^{*\prime} (\hat{\sum}_c^{-1} \otimes I) X^*\right]^{-1} X^{*\prime} (\hat{\sum}_c^{-1} \otimes I) Y^*,$$

où

$$X^* = \begin{bmatrix} X^*_1 & & \\ & \ddots & \\ & & X^*_M \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad Y^* = \begin{bmatrix} Y^*_1 \\ \vdots \\ Y^*_M \end{bmatrix}$$

ÉTAPE 9: si l'on a accompli le nombre d'itérations désirées ou atteint le niveau de tolérance requis on s'arrête; sinon on estime

$$\hat{U} = Y - Xb$$

où $\hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \vdots \\ \hat{U}_M \end{bmatrix}$ et l'on retourne à l'étape 3.

R^2 - INTUITIF: En plus du R^2 calculé à l'étape 5 pour chaque équation,

$$R^2_i = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}'_i \hat{\varepsilon}_i}{(Y^*_i - \bar{Y}^*_i)' (Y^*_i - \bar{Y}^*_i)}$$

on a également défini un R^2 - intuitif qui mesure la qualité de l'ajustement par rapport aux observations non-transformées de la variable dépendante:

$$R^2_i \text{ - intuitif} = 1 - \frac{\hat{\varepsilon}'_i \hat{\varepsilon}_i}{\sum_{t=L-1}^{N} (Y_{it} - \bar{Y}_{it})^2}$$

où $\hat{\varepsilon}_i$ provient de l'étape 8

$$\hat{\varepsilon} = Y^* - X^* b$$

$$\hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \hat{\varepsilon}_M \end{bmatrix} \quad , \hat{\varepsilon}_i \text{ est un vecteur ((N-L) X1)}$$

Pour cette technique-ci nous avons encore remarqué une convergence rapide des B estimés et encore plus rapide des coefficients des schèmes autorégressifs des erreurs calculées; au bout d'à peine 15 itérations la variation de ces derniers coefficients était moindre que .0001.

Propriétés des estimateurs

Etant donné les hypothèses formulées plus tôt sur nos variables TW et TT, il découle que l'estimateur b obtenu sera convergent. Nous n'avons pas directement observé dans la méthode la façon dont $\hat{\Omega}$ était calculée; il suffit ici de faire remarquer qu'étant donné les propriétés hypothétiques de Ω, on a effectivement

$$E(UU') = \Omega = E\left[P \varepsilon \varepsilon' P' \right] = P\, E(\varepsilon\varepsilon')\, P' = P(\Sigma_c \otimes I)P'$$

où $P = \begin{bmatrix} P_1 & & \bigcirc \\ & \ddots & \\ \bigcirc & & P_M \end{bmatrix}$

les P_i étant des matrices (N-L) X (N-L) telles que

$X_* = P\ X^*$

X_* étant la matrice X tronquée des L premières observations perdues lors de sa transformation selon les schèmes autorégressifs des résidus. Malgré les deux différences d'avec la méthode de Parks — nous offrons une plus grande liberté dans le choix des modèles autorégressifs mais par contre nous ne récupérons pas les observations perdues dans l'estimation de ces modèles — nous croyons que [PARKS, P 505]

a) $\hat{\sum}_c$ est un estimateur convergent pour $\sum_c$

b) b est un estimateur convergent pour B.

Parks démontre également que sous les hypothèses formulées, son estimateur est plus efficace au moins asymptotiquement que celui de Zellner: [1962, P 348-68]

où $b^* = (X' (\hat{\sum}_c \otimes I)^{-1} X)\ X' (\hat{\sum}_c \otimes I)^{-1} Y$ qui ne tient pas compte de l'autocorrélation sérielle.

Chow et Fair (1973) portent les propos suivants: "Neither the two-step procedure suggested by Zellner for the serially uncorrelated case nor the three-step procedure suggested by Parks for the first order serially correlated case is a maximum likelihood procedure, but it can easily be shown, as is done in Section 4, that both of the procedures become maximum likelihood procedures if one does not stop

after the second or third step but continues to iterate until convergence is reached." L'estimateur que nous obtiendrons sera alors asymptotiquement efficace.

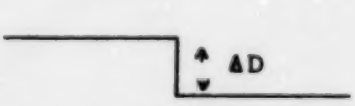
Il est possible d'établir certaines comparaisons quant aux écarts-types estimés des coefficients de nos deux fonctions de demande lorsqu'on ne tient pas compte de l'autocorrélation (M.C.O.), lorsqu'on en tient compte (SSAUTO) et en plus, lorsque les demandes sont estimées dans cette dernière méthode (SUMOD) (voir tableaux 1 et 2). On doit toutefois se méfier des écarts-types fournis par les M.C.O. car l'écart-type de l'erreur résiduelle à partir duquel est calculé l'écart-type des coefficients sera biaisé et non convergent lorsque les résidus seront autocorrelés. La direction de ce biais dépend de la structure d'autocorrélation aussi bien que des variables indépendantes.

Section IV Ajustement dynamique

Je désire présenter ici les premiers résultats obtenus en voulant tester certaines hypothèses de comportement dynamique autant chez les adultes que chez les écoliers suite à une modification du tarif (FAD est le tarif réel pour adultes et FSCD le tarif réel pour écoliers) ou du temps d'attente (TW). Nous verrons ensuite quelles différences de comportement peuvent subsister entre ces groupes.

Les équations de demandes que nous considérions jusqu'à présent supposaient implicitement par leur spécification que le consommateur ajustait immédiatement sa demande pour trouver un autre point d'équilibre lorsque surgissait une modification du tarif ou du temps d'attente. Bien que l'on confère au consommateur la qualité d'être rationnel, il va lui prendre un certain temps pour rassembler toute l'information nécessaire avant de pouvoir estimer sa nouvelle courbe de budget, de décider de sa nouvelle demande de transport en commun et de manifester sa réaction.

D'une façon graphique, l'ajustement immédiat peut être représenté ainsi:



avant et après la modification Δ TW

Figure 4 a)

où une augmentation ΔTW du temps d'attente occasionnera la perte de passagers ΔD, caeteris paribus:

$$\Delta D \simeq \frac{\partial D}{\partial TW} \Delta TW$$

où $\partial D/\partial TW$ nous est donné par le coefficient estimé de TW dans l'équation de demande.

L'approche dynamique peut considérer le problème avec deux hypothèses ou une combinaison de ces deux hypothèses. On peut penser que certains passagers abandonneront graduellement le transport en commun après s'être trouvés un autre moyen de transport (figure 4 b)):

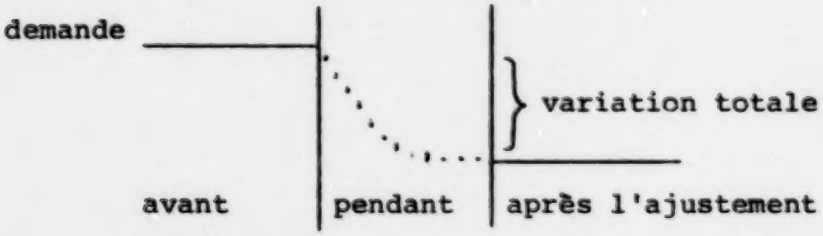


Figure 4 b)

On peut également penser au contraire que certains passagers vont réagir brusquement pour boycotter ce mode de transport en utilisant leur propre voiture, en faisant de l'auto-stop ou en marchant tout simplement, et qu'une partie de ceux-ci va éventuellement reprendre le service après s'être renseignée sur les coûts, les avantages et les inconvénients des autres moyens de transport:

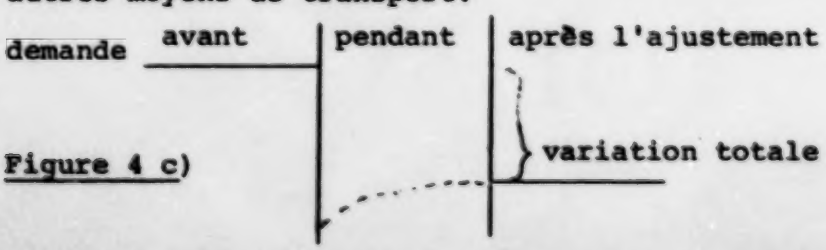


Figure 4 c)

On peut donc tenter de savoir si un ajustement sera décroissant (figure 4 b)) ou croissant (figure 4 c)) pour les groupes adultes ou écoliers advenant une variation Δ TW ou Δ FAD et Δ FSCD, toutes choses étant égales par ailleurs. En supposant que l'ajustement prendrait la même forme également avec une variation de signe opposé, nous avons appliqué la technique mentionnée à la section 3 en ajoutant aux équations de demande déjà spécifiées (tableaux 3 et 4, équation (a)) la variable TWL1 telle que $TWL1_t = TW_{t-1}$ (tableaux 3 et 4, équation (B)) ou bien les variables FADL1 et FSCDL1 qui sont les variables FAD et FSCD décalées d'une période (tableaux 3 et 4, équation (c)). Ceci revenait à supposer que les consommateurs s'ajustent sur deux périodes.

Résultats

D'une façon générale, comme on peut le voir aux tableaux 3 et 4, le modèle a bien admis la présence des nouvelles variables. Les coefficients estimés sont demeurés assez stables à quelques exceptions près pour ceux qui sont moins significatifs statistiquement.

Pour le marché des adultes, il ressort clairement qu'une élévation du tarif sera accompagnée d'un ajustement du type croissant puisque le coefficient estimé pour FADL1 possède une valeur t de Student de 2,22 dénotant un accroissement de la demande un mois plus tard. Toutes choses étant

Equation no. 61-C

MNEMONIQUES	COEFFICIENTS ESTIMES			STATISTIQUES - t		
	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
FAD	-19,843,508.	-30,072,126.	-30,531,366.	-4.94	-4.81	-4.85
FADL1			14,260,833.			2.22
MC	-6.48	-5.38	-6.88	-.89	-.73	-.96
P	901.	3,239.	-14,255.	.02	.07	-.32
RAMEN	52,318.	45,277.	65,173.	1.27	1.16	1.70
TW	-1,878,381.	-1,911,590.	-1,915,370.	-3.77	-3.61	-3.69
TWL1		-466,154.			-1.07	
TT	-306,618.	-303,659.	-317,512.	-10 45	-9.89	-10.72
TIT	403,067.	589,074.	352,633.	1.00	1.40	.87
TLK	-185.	-339.	-161.	-.27	-.51	-.24
RFK	-210,376.	-206,751.	-203,160.	-2.73	-2.66	-2.67
SFK	-5,494.	-6,545.	-2,170.	-.26	-.63	-.14
CSFKR	7,796.	8,181.	7,752.	3.67	3.25	3.10
EAXFP	0.022	0.022	0.022	5.66	5.67	5.72
RCUTP	8.95	9.43	8.66	1.55	1.69	1.52
SMOXP	4.81	4.65	4.90	3.86	3.84	4.03
EX7	2.61	2.55	2.53	24.94	23.02	24.76
EX8	2.43	2.38	2.46	6 06	5.84	6.20
EA9	1.74	1.74	1.75	3.04	3.05	3.10
EAO	1.03	1.17	1.11	1 44	1.65	1.57
EX1	0.68	0.74	0.77	.80	.96	.98
STR	-717,294.	-715,922.	-718,705.	-46.53	-45.65	-47.17
FIR	-67,539.	-75,004.	-65,816.	-2.98	-3.28	-2.94
ANT	-1,038,959.	-1,115,178.	-963,118.	-2.66	-2.76	-2.45
ANTL1	362,743.	357,241.	589,268.	.91	.88	1.44
IA	5,512,823.	5,066,736.	5,166,296.	2.15	1.89	2.03
WD	610,030.	609,750.	592,026	9.73	10.65	9.60
SAT	457,844.	436,373.	433,967.	5.18	4.28	4.27
SHD	332,937.	320,901.	322,095.	4.68	4.89	4.62
C	10,761,723.	11,064,762.	13,442,334.	4.01	3.65	2.29
ρ_0	.281	.315	.298	5.05	5.47	5.26
ρ_1	.501	.455	.495	10.95	10.54	11.04
R^2	.96	.96	.96	.96	.96	.96
R^2 INTUITIF	.97	.97	.97	.97	.97	.97
D.-W.	1.60	1.65	1.65	1.60	1.65	1.65
E.E.E.	418,099.	418,442.	412,394.	418,099.	418,44..	412,394.

TABLEAU 3. Marché des adultes

Ajout de valeurs décalées du tarif (FSCDL1)ou du temps d'attente (TML1); méthode de Parks généralisée et itérée

Equation no. 118-N

MNEMONIQUES	COEFFICIENTS ESTIMES			STATISTIQUES - t		
	(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
FSCD	-22,640,440.	-23,333,735.	259,700.	-3.64	-3.82	.068
FSCDL1			-23,167,595.			-.77
MC	-10.49	-10.05	-10.48	-2.01	-2.01	-2.01
P	11,066.	18,929.	12,120.	.34	.61	.37
RAMEN	20,991.	16,154.	22,356.	1.07	.85	1.13
TW	-160,303.	-346,851.	-149,642.	-.75	-1.47	-.69
TWL1		308,530.			1.55	
TT	-13,136.	-10,803.	-14,545.	-.40	-.33	-.45
TTT	135,197.	28,558.	114,551.	.48	.11	.40
TLK	1,069.	1,255.	1,095.	3.16	3.89	3.22
RFK	-46,604.	-40,508.	-49,004.	-1.14	-.94	-1.15
SFK	-17,195.	-15,464.	-17,403.	-2.12	-1.90	-2.14
CS/KR	1,348.	1,379.	1,386.	1.04	1.09	1.06
RSCKP	3.30	3.19	3.27	7.99	7.98	7.58
SHOKP	1.52	1.41	1.52	2.72	2.59	2.71
EX7	.197	.199	.200	4.62	4.59	4.63
EX8	.246	.246	.248	1.57	1.65	1.58
STR	-118,118.	-115,823.	-118,276.	-13.08	-12.63	-13.09
ANT	1,261,991.	1,330,683.	1,181,794.	5.63	5.89	4.93
ANTL1	-408,461.	-365,196.	-797,178.	-1.72	-1.54	-1.46
ESC	2,489,937.	2,348,176.	2,484,053.	3.64	3.61	3.62
ND	99,976.	94,079.	97,282.	2.80	2.84	2.79
SAT	37,808.	58,995.	34,571.	.61	1.92	.73
SND	31,273.	33,232.	29,238.	.93	.89	.77
CHEAT2	-66,863.	-58,453.	-71,432.	-.65	-.60	-.62
STRUCT1	-232,289.	-192,041.	-241,543.	-.66	-.57	-.63
CARDEX	-112,064.	-117,050.	-116,560.	-.70	-.78	-.73
TEND	18,738.	16,155.	18,408.	2.61	4.37	2.34
C	-1,636,216.	-1,669,732.	-1,571,235.	-.62	-.67	-.60
ρ_0	.146	.432	.164	2.46	6.90	2.43
ρ_1	-.319	-.306	-.317	-4.59	-5.87	-4.65
ρ_4	-.068	-.068	-.064	-.97	-.93	-.91
ρ_{12}	.416	.370	.418	6.53	5.68	6.66
R^2	.84	.87	.84	.84	.87	.84
R^2 - INTUITIF	.93	.93	.93	.93	.93	.93
D.-W.	1.90	1.89	1.90	1.90	1.89	1.90
E.E.E.	224,973.	224,358.	225,242.	224,973.	224,358.	225,242.

TABLEAU 4. Marché des écoliers

égales par ailleurs, l'on devrait s'attendre à une diminution de 305,313 passagers adultes pour $0.01 d'augmentation du tarif pour le premier mois, suivie d'une augmentation de 142,608 passagers par $0.01 d'augmentation du tarif à l'autre mois. Ceci constitue une variation totale de -163,705/$0.01 comparativement à -198,435/$0.01 pour l'hypothèse d'ajustement immédiat.

On remarque aussi, mais moins significativement, qu'une augmentation du temps d'attente TW entraînera une diminution du nombre de passagers selon l'ajustement de type décroissant (pour TWL1, valeur t = -1.07). On aura alors dans un premier mois une perte de 1,911,590 passagers par minute d'augmentation de TW suivie d'une autre perte de 466,154 passagers par minute d'augmentation de TW durant le mois suivant; ce qui donne une variation totale de -2,377,744/min. comparativement à -1,878,381/min. dans le modèle d'ajustement immédiat.

Le comportement des écoliers est plus difficilement prévisible car leurs habitudes de transport varient grandement au cours de l'année. Il semble d'après les résultats qu'ils possèdent un ajustement du type croissant pour une augmentation du temps d'attente contrairement à ce que l'on obtient chez les adultes. Il faut cependant se méfier de ce résultat car la période de l'année ou le temps d'attente est le plus élevé coïncide avec le temps des vacances des écoliers et il ne faudrait pas croire que c'est l'augmentation

de ce temps qui entraîne la baisse de la demande des écoliers, mais tout simplement un changement de leurs habitudes.

Les résultats obtenus en considérant une période d'ajustement à la modification du tarif sont révélateurs d'un fait très surprenant. Alors que dans le cas d'ajustement immédiat nous avions pour le coefficient de FSCD estimé à -22,640,440 une valeur t de Student de -3.64, nous obtenons présentement un coefficient estimé à 259,700 avec une valeur t = .008 et pour FSCDL1 le coefficient est estimé à -23,167,595 et t = -.77. Bien que les valeurs de Student soient peu significatives, nous sommes portés à formuler l'hypothèse que les écoliers ne sont pas touchés immédiatement par une variation du tarif et qu'ils réagissent plutôt un mois après.

Ajouter des variables décalées explicatives peut parfois causer un problème de multicollinéarité. D'après les coefficients de corrélation calculés pour les valeurs transformées suivant les processus autorégressifs, nous avons:

	Adultes	Enfants
Corrélation entre:		
TW et TWL1	.6710	.9680
FAD et FADL1	.9053	
FSCD et FSCDL1		.9653

En examinant les corrélations partielles entre les nouvelles variables introduites et les variables exogènes

déjà existantes nous n'avons décelé aucune valeur pouvant impliquer la possibilité d'un problème de multicollinéarité. Nous n'avons cependant pas poussé plus loin notre étude sur la multicollinéarité.

Conclusion

Il m'a été rendu possible de faire ces explorations dynamiques du comportement de l'usager du transport en commun grâce à un modèle déjà formulé de la demande en séries temporelles, ce qui est déjà rare en transport urbain. Les séries qui étaient à ma disposition sont d'une qualité indubitable et le modèle obtient des élasticités qui sont tout à fait comparables à celles calculées lors d'études en coupes transversales [Gaudry, 1975].

Bien que le modèle général du marché du transport en commun qui a été proposé ne soit pas encore achevé, nous avons considéré le fait que le temps d'attente et le temps de transport qui sont des variables dépendantes de l'offre, sont prédéterminés au moment où le budget est établi, ce qui n'entraînera pas un biais d'équations simultanées lors de l'estimation. Une attention particulière a été apportée au traitement de l'autocorrélation des résidus afin d'obtenir des estimations plus efficaces et prévenir un biais d'équations simultanées.

D'autres études dynamiques peuvent facilement être considérées avec ce modèle pour des hypothèses de comportement plus sophistiquées. J'espère que les conclusions apportées pourront être vérifiées par d'autres et servir éventuellement à l'amélioration du service du transport en commun.

Appendice A

Définitions des variables

ANT	anticipatory sales
ANTLI	anticipating sales lagged one
CARDEX	expiration of student's cards during summer
CHEAT2	cheating by students
CSFMR	cumulated snowfall Montreal (Dorval)
EANFP	employment index in territory served by MUCTC
EXO	Expo '70
EX1	Expo '71
EX7	Expo '67
EX8	Expo '68
EX9	Expo '69
FAD	adult fare deflated
FADL1	adult fare deflated lagged one
FIR	fire metro 1971
FSCD	schoolchildren fare deflated
FSCDL1	schoolchildren fare deflated lagged one
NC	number of cars in territory served by MUCTC
P	consumer price index Montreal Metropolitan Area
RAWEM	real average weekly earnings Montreal Metropolitan Area
RCUTP	College and University presence index in territory served by MUCTC
RFK	rainfall per day Montreal (Dorval)

RSCMP	primary and secondary school presence index in territory served by MUCTC
SAT	saturdays per month
SFK	snowfall per day Montreal (Dorval)
SHD	sundays and holidays per month
SHONF	retail sales index in area served by MUCTC
STR	MUCTC strikes
STRUCT1	change in the structure of bus lines
TEND	tendency
TLK	temperature loss in Montreal (Dorval)
TT	time required for representative trip by MUCTC network in area served
TW	waiting time for MUCTC vehicles
TWL1	waiting time for MUCTC vehicles lagged one
T2T	time required for representative trips by car in area served by MUCTC
WD	workdays per month
XCANFA	adult trips per month in MUCTC network
XCSCNFA	schoolchildren trips per month in MUCTC network
ZA	outside zones double-counting for adult
ZSC	outside zones double-counting for schoolchildren

Appendice B

Expérience bayesienne

Je voudrais décrire ici une expérience que j'ai faite dans un cours de statistique bayesienne donné à l'Université de Montréal en me servant de l'équation des adultes et qui saura appuyer notre hypothèse à savoir que l'on obtient probablement un minimum global et non local de la somme des erreurs résiduelles au carré par la technique de Cochrane-Orcutt pour ce problème particulier.

À cause des limitations du programme de statistique bayesienne utilisé, j'ai considéré un processus autorégressif du premier ordre pour les résidus. J'ai dû poser un choix dans les variables explicatives à l'aide de l'option "Stepwise Regression" et limiter le nombre d'observations étant donné la contrainte de mots-mémoire réservés aux données.

Ayant sept variables explicatives qui sont la constante, WD, TW, SHONF, CSFMR, TTDC, NC (où TTDC est une autre mesure du temps d'attente), il est permis de penser que les propriétés asymptotiques de la statistique bayesienne aient pu commencer à se faire sentir avec 50 observations, si l'on s'en remet à l'exemple cité par Zellner [15, p. 96-98] où il juge en utilisant une forme d'approximation quelque peu différente, que 40 observations constituent un échantillon de grande taille.

Les coefficients obtenus par les deux méthodes furent alors:

	Technique bayesienne		Technique de Cochrane-Orcutt
	E(B|Y)	Mode approx.	$\hat{B}$
C	$.375\ 10^{8}$	$.387\ 10^{8}$	$.375\ 10^{8}$
	$(.754\ 10^{7})$		$(.689\ 10^{7})$
WD	$.398\ 10^{6}$	$.392\ 10^{6}$	$.398\ 10^{6}$
	$(.830\ 10^{5})$		$(.807\ 10^{5})$
TW	$-.272\ 10^{7}$	$-.266\ 10^{7}$	$-.272\ 10^{7}$
	$(.927\ 10^{6})$		$(.897\ 10^{6})$
SHONF	4.86	4.89	4.86
	(1.39)		(1.35)
CSFMR	$.113\ 10^{5}$	$.123\ 10^{5}$	$.113\ 10^{5}$
	$(.398\ 10^{4})$		$(.382\ 10^{4})$
TTDC	$-.673\ 10^{6}$	$-.558\ 10^{6}$	$-.678\ 10^{6})$
	$(.336\ 10^{6})$		$(.329\ 10^{6})$
NC	3.68	4.55	3.89
	(13.4)		(12.13)
ρ	.505	.442	.473
	(.149)		(128)

Les modes des distributions a posteriori obtenus par la méthode bayesienne étant relativement semblables aux espérances de ces mêmes distributions, on ne peut croire ici qu'

il s'agisse d'une coïncidence numérique pour expliquer le fait que les coefficients estimés par la méthode classique soient aussi rapprochés des espérances a posteriori bayesiennes et de même, pour leurs mesures de dispersion (écarts-types): il est plus probable d'attribuer cette ressemblance à la taille suffisante de notre échantillon. Pour cet exemple particulier, la technique de Cochrane et Orcutt aurait donc atteint le minimum global de la somme des résidus au carré.

Bibliographie

[1] Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, Time-Series Analysis, Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, 1970.

[2] Box, G.E.P. and D.A. Pierce, "Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-moving average time series models", J.A.S.A. 65 (1970), 1509-1526.

[3] Chow, G.C. and R.C. Fair, "Maximum likelihood estimation of linear equation systems with auto-regressive residuals", Annals of Economics and Social Measurement, Vol. 2, Numero 1 (Jan. 1973), 17-28

[4] Cochrane, D. and G.H. Orcutt, "Application of least-squares regression to relationships containing auto-correlated error terms", J.A.S.A. 44 (1949), 32-61.

[5] Cramér, H., Mathematical Methods of Statistics, Princeton University Press, 1946.

[6] Dagenais, M.G., "Un modèle annuel de prévision pour l'économie du Québec", Revue canadienne d'économique, VI, no. 1, février 1973, 62-78.

[7] Fair, R.C., A Comparison of Alternative Estimations of Macroeconomic Models. Research Memorandum No. 121, Econometric Research Program, Princeton University, 1971.

[8] Gaudry M., The Demand for Public Transit in Montreal and its Implications for Transportation Planning and Cost-Benefits Analysis. Ph. D. Dissertation, Princeton University, 1973.

[9] Gaudry, M., "An aggregate time-series analysis of urban transit demand: the Montreal case", Transportation Research, Vol. 9, 1975, 249-258.

[10] Johnston, J., Econometric Methods, McGraw-Hill, New York, 1972.

[11] Lancaster, K.J., "A new approach to consumer theory", J. of Pol. Econ., 1966, 132-157.

[12] Parks, R.W., "Efficient estimation of a system of regression equations when disturbances are both serially and contemporaneously correlated", J.A.S.A. 62, 1967, 500-509.

[13] Pierce, D.A., "Least-squares estimation in the regression model with autoregressive-moving average errors", Bimetrika 58, 1971, 299-312

[14] Zellner, A., "An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias", J.A.S.A. 57, 1962, 348-368.

[15] Zellner, A., An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics, John Wiley & Sons, 1971.